

بهبود یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی برای مسئله چندفروشنده دوره‌گرد با هدف کمینه کردن بیشترین زمان سفر

سمیه جعفری^۱، الهام پروین نیا^{۲*}

^۱ دانشجوی دکتری گروه مهندسی کامپیوتر، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران

^۲ استادیار گروه مهندسی کامپیوتر، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران

چکیده

در سیستم‌های لجستیک مدرن، توزیع بهینه منابع بین چندین عامل (فروشنده) یکی از چالش‌های اصلی است. مسئله چندفروشنده دوره‌گرد با هدف کمینه‌سازی بیشینه زمان سفر به دنبال توزیع عادلانه بار کاری و کاهش زمان کل عملیات است. این مسئله در کاربردهای حیاتی مانند امداد رسانی، توزیع دارو و خدمات اضطراری از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این پژوهش یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی ارتقا یافته ارائه می‌دهد که از سه لایه بهبود اصلی شامل الگوریتم تقسیم پویا برای ارزیابی کروموزوم‌ها، عملگر تقاطع مبتنی بر شباهت تورها برای حفظ ساختارهای خوب و مکانیزم جستجوی محلی خود تطبیق‌پذیر برای بهینه‌سازی محلی بهره می‌برد. اگرچه روش‌های هیبریدی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و جستجوی محلی از مؤثرترین رویکردهای حل مسئله چندفروشنده دوره‌گرد با هدف کمینه‌سازی بیشینه زمان سفر به شمار می‌روند، در روش پیشنهادی با اصلاح راهبرد حذف تقاطع‌های هندسی و بازطراحی سازوکار انتخاب تطبیقی عملگرهای جستجوی محلی، کیفیت جواب‌ها و کارایی فرآیند جستجو بهبود یافته است. نتایج اجرای الگوریتم روی ۶۱ نمونه از چهار مجموعه داده استاندارد نشان می‌دهد که در حدود ۹۲ درصد موارد، عملکردی برابر یا بهتر از روش مرجع دارد، زمان اجرا را به‌طور میانگین حدود ۲۱ درصد کاهش می‌دهد، پایداری نتایج را بهبود می‌بخشد و در ۱۳ نمونه عملکرد بهتر از الگوریتم مرجع ارائه می‌کند.

مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت:

۱۴۰۵/۰۳/۱۲

تاریخ پذیرش:

۱۴۰۵/۰۶/۰۵

کلیدواژه‌ها:

مسئله چندفروشنده دوره‌گرد، کمینه‌سازی بیشینه زمان سفر، الگوریتم ژنتیک ترکیبی، الگوریتم Split، جستجوی محلی خود تطبیق‌پذیر، حذف تقاطع‌های هندسی، مدیریت تنوع جمعیتی

نویسنده مسئول:

elham.parvinnia@iau.ac.ir

doi : 10.22034/ABMIR.2026.24683.1252

E-ISSN: [2821-2037](#) /The Author 2026. Published by Yazd University This is an open access article under the CC BY 4.0 License <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.



۱- مقدمه

مسئله چندفروشنده دوره‌گرد^۱ یکی از مسائل بنیادی و دشوار در حوزه بهینه‌سازی ترکیباتی محسوب می‌شود. برخلاف نسخه کلاسیک که یک فروشنده دارد، در این مسئله چند فروشنده از یک نقطه مبدأ (انبار) حرکت کرده، به مجموعه‌ای از شهرها سفر می‌کنند و در نهایت به انبار بازمی‌گردند [۱]. دو تابع هدف رایج برای این مسئله وجود دارد: کمینه کردن مجموع مسافت طی شده توسط همه فروشنده‌ها^۲ و کمینه کردن طولانی‌ترین تور^۳. در این پژوهش، مدل دوم مورد توجه قرار گرفته است، زیرا در کاربردهای عملی نظیر لجستیک شهری، امدادسانی و حمل‌ونقل هوشمند، توزیع عادلانه بار کاری از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

این مسئله فراتر از یک دغدغه صرفاً نظری است و پیامدهای اقتصادی، انسانی و زیست‌محیطی قابل توجهی دارد. مسیریابی غیربهینه در صنایع لجستیک و حمل‌ونقل منجر به هدررفت سالانه میلیاردها دلار هزینه سوخت، استهلاک ناوگان و نیروی انسانی می‌شود [۲]. از این رو، طراحی روش‌های کارآمد برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است و الگوریتم Lin-Kernighan یکی از مؤثرترین روش‌های ابتکاری کلاسیک در این حوزه به شمار می‌رود [۳] از سوی دیگر، زمانی که هدف کمینه کردن طولانی‌ترین تور دنبال می‌شود، فشار کاری بر فروشنده‌ای که بیشترین مسافت را طی می‌کند کاهش می‌یابد. در بسیاری از کاربردهای لجستیک، توزیع متوازن بار کاری میان فروشندگان می‌تواند خستگی نیروی انسانی را کاهش داده و کارایی عملیات را افزایش دهد. در مأموریت‌های امداد و نجات پس از بلایای طبیعی، هر دقیقه تأخیر در رسیدن تجهیزات می‌تواند با افزایش مستقیم تلفات انسانی همراه باشد [۴]. افزون بر این، بهینه‌سازی مسیرها به کاهش مصرف سوخت و در نتیجه کاهش انتشار گازهای گلخانه‌ای کمک می‌کند؛

در ادبیات بهینه‌سازی، mTSP جزو مسائل NP-hard طبقه‌بندی می‌شود [۵]. این ویژگی سبب می‌شود روش‌های دقیق برای ابعاد بزرگ (بیش از ۵۰ شهر) عملاً غیرقابل اجرا باشند، زیرا زمان

محاسباتی آن‌ها به چندین ساعت یا روز می‌رسد [۶]. بنابراین، توسعه الگوریتم‌های فراابتکاری که بتوانند در زمان محدود، جواب‌هایی با کیفیت نزدیک به بهینه ارائه دهند، به یک ضرورت علمی و صنعتی تبدیل شده است.

با وجود تلاش‌های گسترده در دهه‌های اخیر، همچنان چالش‌های اساسی در ارائه یک الگوریتم کارآمد برای مسئله min-max mTSP باقی است. یکی از موفق‌ترین روش‌های پیشین، الگوریتم ارائه‌شده توسط محمودینازل و کوان^۴ [۷] است. با این حال، این الگوریتم با محدودیت‌های زیر مواجه است:

(۱) زمان همگرایی بالا: در مسائل با ابعاد بزرگ و تعداد فروشنده زیاد، الگوریتم مرجع به نسل‌های بسیار زیادی برای همگرایی نیاز دارد.

(۲) حذف تصادفی تقاطع‌ها: مرحله حذف تقاطع‌های هندسی در کد اصلی به صورت کاملاً تصادفی و با تعداد دفعات ثابت انجام می‌شود که در بسیاری از موارد بدون تأثیر مثبت، زمان محاسباتی هدر می‌رود.

(۳) سیستم امتیازدهی ساده: سیستم انتخاب عملگرهای محلی بر اساس شمارش ساده تعداد بهبودها عمل می‌کند و عواملی مانند شدت بهبود و زمان اجرای هر عملگر را در نظر نمی‌گیرد.

(۴) مدیریت تنوع ابتدایی: روش محاسبه تنوع بر اساس میانگین فاصله همینگ با دو همسایه نزدیک، در نسل‌های میانی که جمعیت نسبتاً همگن می‌شود، کارایی خود را از دست می‌دهد.

برای رفع محدودیت‌های فوق، در این مقاله سه اصلاح اساسی در الگوریتم ژنتیک ترکیبی اعمال شده است:

- حذف هدفمند تقاطع‌های هندسی با رویکرد جستجوی مبتنی بر اولویت: در روش پیشنهادی، برخلاف رویکرد تصادفی مرجع، ابتدا طولانی‌ترین تور شناسایی شده و تنها یال‌های این تور با یال‌های سایر تورها از نظر تقاطع بررسی می‌شوند. در

³ Min-max

⁴ Mahmoudinazlou & Kwon

¹ MTSP

² Min-sum

۲-۱ روش‌های دقیق و محدودیت‌های آن‌ها

اولین تلاش‌ها برای حل mTSP به روش‌های دقیق مبتنی بر برنامه‌ریزی عدد صحیح و روش برش و کران بازمی‌گردد. دانتزیگ و همکاران^۲ (۱۹۵۴) پایه‌های فرمولاسیون خطی برای مسئله TSP را بنا نهادند [۲] و سپس لاپورت و نوبرت^۳ (۱۹۸۰) این فرمولاسیون را به حالت چندفروشنده تعمیم دادند [۸]. این روش‌ها قادر به یافتن جواب بهینه مطلق هستند، اما پیچیدگی زمانی نمایی آن‌ها در بدترین حالت باعث می‌شود که حتی برای ابعاد متوسط (۵۰ شهر) نیز زمان اجرا به چندین ساعت یا روز برسد [۶]. به عنوان مثال، اپلیگیت و همکاران^۴ (۲۰۰۲) نشان دادند که حل یک مسئله mTSP با ۱۰۰ شهر و ۵ فروشنده با استفاده از روش برش و کران به بیش از ۲۴ ساعت زمان محاسباتی نیاز دارد [۹]. بنابراین، روش‌های دقیق عملاً برای کاربردهای عملی و در مقیاس واقعی (۱۵۰ تا ۱۰۰۰ شهر) غیرقابل استفاده هستند.

۲-۲ الگوریتم‌های فراابتکاری اولیه

الگوریتم ژنتیک با کدگذاری یک‌بخشی و دوبخشی: الگوریتم ژنتیک^۵ به دلیل سادگی و توانایی جستجوی سراسری، یکی از پرکاربردترین روش‌ها در حل mTSP بوده است. تانگ و همکاران^۶ (۲۰۰۰) اولین GA کارآمد را با کدگذاری دوبخشی ارائه دادند [۱۰]. اگرچه این روش نسبت به روش‌های دقیق بهبود چشمگیری داشت، اما دو مشکل اساسی داشت: اول، عملگرهای تقاطع استاندارد (مانند PMX و OX) برای کروموزوم دوبخشی کارایی کمی داشتند؛ دوم، جمعیت به سرعت به یک ناحیه محدود از فضای جستجو همگرا می‌شد و تنوع خود را از دست می‌داد [۱۱]. کارتر و رگزدیل^۷ (۲۰۰۶) این کدگذاری را بهبود بخشیدند و نشان دادند که با تنظیم مناسب نرخ جهش می‌توان تا ۱۵ درصد کیفیت جواب را ارتقا داد [۱۲]. باین‌حال، مشکل همگرایی زودرس همچنان پابرجا بود.

صورت تشخیص هرگونه تقاطع، عمل بازآرایی به صورت قطعی انجام می‌گردد.

- راهبرد تطبیقی انتخاب عملگرهای جستجوی محلی به کار گرفته شده است که در آن احتمال انتخاب عملگرهای بهبود بر اساس عملکرد گذشته آن‌ها و با استفاده از مکانیزم چرخ رولت به صورت پویا تنظیم می‌شود و جستجوی محلی به صورت متناوب بر روی طولانی‌ترین تور یا سایر توره‌های غیرخالی اعمال می‌شود.
- راهبرد بهبود تدریجی فرزندان پیش از ورود به جمعیت طراحی شده است؛ به طوری که هر فرزند پس از تولید، پیش از ورود به جمعیت از یک زنجیره چندمرحله‌ای شامل متعادل‌سازی مسیرها، بازآرایی ساختار کروموزوم و جستجوی محلی تطبیقی عبور می‌کند. این اصلاحات ضمن حفظ ساختار اصلی الگوریتم ژنتیک ترکیبی، موجب بهبود کیفیت جواب‌ها، افزایش پایداری فرآیند جستجو و کاهش زمان دستیابی به جواب‌های باکیفیت می‌شوند.

ساختار مقاله به این صورت است: در بخش دوم، کارهای مرتبط مرور می‌شوند. بخش سوم به توصیف دقیق روش پیشنهادی می‌پردازد. در بخش چهارم و پنجم، نتایج آزمایش‌ها و مقایسه با سایر الگوریتم‌ها ارائه می‌شود. در نهایت، بخش ششم نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آینده را بیان می‌کند.

۲- کارهای مرتبط

مسئله چندفروشنده دوره‌گرد با هدف کمینه‌سازی بیشینه زمان سفر^۱ به دلیل ماهیت NP-hard و کاربردهای گسترده در حوزه‌هایی همچون لجستیک شهری، عملیات امداد و نجات، حمل و نقل هوشمند و مأموریت‌های نظامی، طی پنج دهه گذشته همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است.

^۵ GA

^۶ Tang

^۷ Carter & Ragsdale

^۱ Min-max mTSP

^۲ Dantzig

^۳ Laporte & Nobert

^۴ Applegate

یک (reinsert, exchange, 2-opt, Or-opt2, Or-opt3) و یک مرحله تعادل‌سازی بار بود [۱۹]. این الگوریتم در ۱۲ مورد از ۲۴ نمونه مجموعه IV عملکرد خوبی داشت، اما زمان اجرای آن حدود ۲,۵ دقیقه برای مسئله ch150 بود.

هه و هائو (۲۰۲۲)^{۱۲} الگوریتم جستجوی ترکیبی با کاهش همسایگی^{۱۳} را معرفی کردند [۲۰]. این روش از یک مرحله بین‌توری با عملگرهای جابه‌جایی و مبادله و یک مرحله درون‌توری با الگوریتم EAX (یک الگوریتم پیشرفته TSP) استفاده می‌کند. HSNR در ۴۵ مورد از ۵۱ نمونه عملکرد خوبی نشان داد، اما پیچیدگی بالای آن (نیاز به تنظیم بیش از ۱۲ پارامتر) و زمان اجرای طولانی‌تر نسبت به رقبا از نقاط ضعف آن است [۲۱].

ژنگ و همکاران^{۱۴} (۲۰۲۲) الگوریتم دومرحله‌ای تکرارشونده^{۱۵} را پیشنهاد کردند [۲۲]. این روش در مرحله اول از خوشه‌بندی C-means برای تولید جمعیت اولیه استفاده می‌کند و در مرحله دوم از یک جستجوی محلی متغیر شامل عملگرهای insert، opt-2 و swap بهره می‌برد. ITSHA تا زمان انتشار مقاله مرجع [۷]، بهترین نتایج را در مجموعه‌های استاندارد داشت.

۲-۴ نقطه عطف: الگوریتم Split و رویکرد توالی TSP

یک پیشرفت پارادایمیک در سال ۲۰۰۴ توسط پرینس^{۱۶} [۲۳] برای مسئله VRP معرفی شد و سپس توسط محمودینازلو و کوان (۲۰۲۴) برای min-max mTSP بهینه‌سازی گردید [۷]. ایده اصلی این است که به جای کدگذاری مستقیم mTSP (که نیاز به تعیین مرز تورها دارد)، یک توالی TSP ساده (فهرستی از تمام شهرها بدون انبار) به عنوان کروموزوم در نظر گرفته شود. سپس یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا (Split) این توالی را به‌طور بهینه به m تور تقسیم می‌کند. این رویکرد مزایای متعددی دارد: (۱) سادگی کدگذاری و کاهش ابعاد فضای جستجو، (۲) قابلیت استفاده از

کدگذاری چندبخشی و الگوریتم ژنتیک گروهی: در رویکردی متفاوت، براون و همکاران^۱ (۲۰۰۷) کدگذاری ژنتیک گروهی^۲ را معرفی کردند که در آن هر ژن شامل سه بخش (شماره فروشنده، شماره شهر و ترتیب بازدید) است [۱۳]. این روش شفافیت بیشتری دارد، اما به دلیل طول متغیر کروموزوم‌ها، پیاده‌سازی عملگرهای تقاطع دشوار است. سینگ و باگل (۲۰۰۹)^۳ یک الگوریتم ژنتیک گروهی با کدگذاری چندکروموزومی (هر تور یک کروموزوم مجزا) پیشنهاد دادند [۱۴]. در این روش، در هر مرحله از تقاطع، کوتاه‌ترین تور از یکی از والدین انتخاب شده و به فرزند منتقل می‌شود. این ایده بعدها الهام‌بخش عملگر STX در مقاله مرجع [۷] گردید.

سایر الگوریتم‌های هوش جمعی: الگوریتم کلونی مورچگان^۴ توسط جونجی و دینگوی (۲۰۰۶)^۵ برای mTSP تطبیق داده شد [۱۵]. مزیت ACO توانایی ذاتی در ساخت مسیرهای مجزا است، اما این روش در ابعاد بزرگ به دلیل انباشت فرومون در مسیرهای زیربینه، دچار همگرایی زودرس می‌شود [۱۶]. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات^۶ نیز توسط ونکاتش و سینگ^۷ (۲۰۱۵) برای mTSP استفاده شد [۱۷]. الگوریتم جستجوی محلی متغیر^۸ توسط سویلو^۹ (۲۰۱۵) با ترکیب شش عملگر محلی نتایج نسبتاً خوبی نشان داد [۱۸]، اما وابستگی شدید به ترتیب اجرای عملگرها و زمان اجرای بالای آن (حدود ۵ دقیقه برای مسئله ۱۰۰ شهری) از محدودیت‌های اصلی آن بود.

۲-۳ الگوریتم‌های ممیک و ترکیبی

در دهه اخیر، محققان به این نتیجه رسیده‌اند که ترکیب الگوریتم ژنتیک با جستجوهای محلی (رویکرد ممیک) مؤثرتر از هر یک از آن‌ها به تنهایی است. وانگ و همکاران^{۱۰} (۲۰۱۷) الگوریتم ممیک مبتنی بر نزول متغیر متوالی^{۱۱} را ارائه دادند که شامل ۵ عملگر محلی

⁹ Soylu

¹⁰ Wang

¹¹ MASVND

¹² He & Hao

¹³ HSNR

¹⁴ Zheng

¹⁵ ITSHA

¹⁶ Prins

¹ Brown

² GGA

³ Singh & Baghel

⁴ ACO

⁵ Junjie & Dingwei

⁶ PSO

⁷ Venkatesh & Singh

⁸ VNS

کنار یک سازوکار یادگیری مبتنی بر الگوریتم چندبازویی^۳ برای انتخاب هوشمند عملگرهای حذف و درج استفاده شده است. نتایج آزمایش‌ها بر روی ۷۷ نمونه استاندارد نشان داد که این روش توانسته است برای تعداد قابل توجهی از نمونه‌ها بهترین نتایج شناخته شده را بهبود دهد. با وجود عملکرد مناسب این رویکرد، استفاده از سازوکارهای یادگیری و انتخاب هوشمند عملگرها، پیچیدگی محاسباتی الگوریتم را افزایش می‌دهد. در مقابل، در پژوهش حاضر تلاش شده است با حفظ چارچوب الگوریتم ژنتیک ترکیبی و اعمال اصلاحات هدفمند در حذف تقاطع‌های هندسی و سازوکار انتخاب تطبیقی عملگرهای جستجوی محلی، بدون افزایش قابل توجه پیچیدگی الگوریتم، کیفیت جواب‌ها بهبود یابد. به منظور تبیین دقیق‌تر جایگاه روش پیشنهادی در میان مطالعات نزدیک، جدول (۱) مقایسه‌ای از برخی روش‌های شاخص و مرتبط با مسئله min-max mTSP ارائه می‌کند.

عملگرهای تقاطع استاندارد TSP، (۳) تضمین بهینگی تقسیم‌بندی برای یک توالی مشخص [۲۴].

الگوریتم مرجع [۷] علاوه بر Split، دارای سه مؤلفه نوآورانه است: عملگر تقاطع مبتنی بر تور مشابه (STX) که به جای مبادله تصادفی، مشابه‌ترین تورها را از والدین انتخاب و ترکیب می‌کند؛ یک لایه غنی‌سازی کروموزوم شامل جابه‌جایی و مبادله بین تورها و opt-2 درون تورها؛ و یک لایه جستجوی محلی خودتطبیق‌پذیر که با استفاده از چرخ رولت، عملگرهای Or-exchange، Reinsert، Or-opt2 و Or-opt3 را انتخاب می‌کند. این الگوریتم در ۷۶ مورد از ۸۹ نمونه استاندارد، جوابی برابر یا بهتر از بهترین روش‌های قبلی پیدا کرد و به عنوان بهترین روش پیشین شناخته می‌شود [۲۵].

در جدیدترین پژوهش انجام شده در سال ۲۰۲۶، هی و همکاران^۱ یک الگوریتم جستجوی محلی تکرارشونده هدایت شده با یادگیری^۲ برای حل مسئله min-max mTSP ارائه کردند [۲۶]. در این روش، از یک راهبرد جستجوی محلی مبتنی بر بهترین بهبود^۳ در

جدول (۱): مقایسه روش‌های نزدیک به روش پیشنهادی برای حل مسئله min-max mTSP و تبیین وجه تمایز روش پیشنهادی

روش	سال	رویکرد	میزان شباهت به روش پیشنهادی	ویژگی و نوآوری اصلی	نقاط قوت	نقاط ضعف	وجه تمایز نسبت به روش پیشنهادی
He & Hao [21]	۲۰۲۳	Memetic Search	زیاد	ترکیب crossover، جستجوی همسایگی post- و optimization	جستجوی محلی قدرتمند و کیفیت بالای جواب	ساختار الگوریتم پیچیده و وابستگی به جستجوی محلی	روش پیشنهادی بر چارچوب ژنتیک ترکیبی و اصلاح هدفمند مؤلفه‌های آن تمرکز دارد
Mahmoud inazlou & Kwon [7]	۲۰۲۴	Hybrid Genetic Algorithm	بسیار زیاد	Split، پویا، STX، حذف تقاطع‌ها و جستجوی محلی خودتطبیق‌پذیر	کیفیت بالا و عملکرد مناسب در نمونه‌های استاندارد	برخی سازوکارهای بهبود نیازمند اصلاح برای افزایش کارایی و هدایت جستجو	هدفمند کردن حذف تقاطع، انتخاب تطبیقی عملگرهای جستجوی محلی و بهبود تدریجی فرزندان پیش از ورود به جمعیت
He, Hao & Xia [26]	۲۰۲۶	Learning-guided Iterated Local Search	زیاد	انتخاب عملگرهای حذف و درج با Multi-Armed Bandit	هدایت هوشمند جستجو و عملکرد بسیار خوب روی نمونه‌های استاندارد	تمرکز اصلی بر ILS و عملگرهای حذف/درج، نه چارچوب ژنتیک ترکیبی	روش پیشنهادی انتخاب تطبیقی را در چارچوب HGA و برای عملگرهای Reinsert، Exchange و Or-opt به کار می‌گیرد
روش پیشنهادی	---	Enhanced HGA	---	حذف هدفمند تقاطع‌ها، انتخاب تطبیقی عملگرهای جستجوی محلی و بهبود تدریجی فرزندان	کیفیت جواب، پایداری و استفاده مؤثرتر از جستجوی محلی	وابستگی به تنظیم پارامترها و هزینه محاسباتی برخی مراحل بهبود	---

³ Best-Improvement

⁴ Multi-Armed Bandit

¹ He

² Learning-guided Iterated Local Search

ترتیب بازدید شهرها را نشان می‌دهد و مشخص نمی‌کند که هر شهر به کدام فروشنده تعلق دارد. این تصمیم به الگوریتم Split واگذار می‌شود. مزیت اصلی این روش، کاهش چشمگیر فضای جستجو و امکان استفاده از عملگرهای تقاطع استاندارد است که برای مسئله تک‌فروشنده^۱ طراحی شده‌اند.

الگوریتم Split: الگوریتم Split یک روش برنامه‌ریزی پویا است که وظیفه دارد یک توالی از شهرها را گرفته و آن را به تعداد مشخصی تور (برابر با تعداد فروشنده‌ها) طوری تقسیم کند که طولانی‌ترین تور کمینه شود. این الگوریتم سه مرحله دارد:

- در مرحله اول، هزینه هر بخش ممکن از توالی از پیش محاسبه می‌شود. مثلاً اگر بخشی از توالی شامل شهرهای s_{i-1} تا s_j باشد، هزینه یک تور که از انبار شروع شود، به ترتیب از این شهرها عبور کند و دوباره به انبار برگردد، محاسبه می‌گردد. از رابطه ۱ برای محاسبه هزینه‌های جزئی استفاده می‌شود.

$$cost(i, j) = c_{0s_i} + \sum_{t=i}^{j-1} c_{s_t s_{t+1}} + c_{s_j 0} \quad (1)$$

که در آن $cost(i, j)$ هزینه تشکیل یک تور شامل شهرهای s_{i-1} تا s_j از توالی S است که از انبار شروع شده، شهرهای این بازه را به ترتیب ملاقات کرده و در نهایت به انبار بازمی‌گردد.

- در مرحله دوم، یک جدول برنامه‌ریزی پویا پر می‌شود. در این جدول، مقدار $DP[i][k]$ نشان می‌دهد که برای پوشش i شهر اول با k فروشنده، کمترین طولانی‌ترین تور چقدر است.

$$DP[i][k] = \min_{r < i} \max(DP[r][k - 1], cost(r + 1, i)) \quad (2)$$

که در آن $DP[i][k]$ حداقل makespan برای خدمت‌رسانی به i شهر اول با K فروشنده است.

- در مرحله سوم، با استفاده از جدول پیشینان، تورهای نهایی بازسازی می‌شوند.

حلقه اصلی تکامل: ابتدا جمعیت اولیه با اندازه μ (۲۵ فرد) تولید می‌شود. سپس تا زمانی که شرط توقف برقرار نشده (یعنی محدودیت زمانی تمام نشده و ۱۰۰ نسل پشت سر هم بدون بهبود سپری نشده)، مراحل زیر تکرار می‌شوند:

در این مقایسه، علاوه بر رویکرد حل و ویژگی‌های اصلی هر روش، نقاط قوت و محدودیت‌ها و میزان شباهت آن‌ها با روش پیشنهادی موردتوجه قرار گرفته است. همچنین، دو مطالعه هی و همکاران (۲۰۲۳) و (۲۰۲۶) به دلیل استفاده از سازوکارهای پیشرفته جستجوی محلی و تطبیقی، در کنار روش مرجع موردبررسی قرار گرفته‌اند. این مقایسه با هدف مشخص‌تر شدن تفاوت‌های ساختاری و الگوریتمی روش پیشنهادی و تبیین جایگاه آن نسبت به نزدیک‌ترین رویکردهای موجود انجام شده است.

همان‌گونه که جدول (۱) نشان می‌دهد، روش پیشنهادی از نظر چارچوب کلی به روش مرجع نزدیک است؛ با این حال، با هدفمند کردن حذف تقاطع‌ها، انتخاب تطبیقی عملگرهای جستجوی محلی و بهبود تدریجی فرزندان پیش از ورود به جمعیت، سازوکارهای جدیدی را برای هدایت مؤثرتر فرآیند جستجو به کار می‌گیرد. این تفاوت‌ها، مبنای اصلی مقایسه تجربی روش پیشنهادی با روش‌های موجود در بخش نتایج را تشکیل می‌دهند.

۳- روش پیشنهادی

در این بخش، الگوریتمی که برای حل مسئله چندفروشنده دوره‌گرد با هدف کمینه کردن طولانی‌ترین تور طراحی شده، شرح داده می‌شود. ساختار کلی الگوریتم شبیه به کار مرجع [۷] است، اما سه تغییر اساسی در آن اعمال شده که اصلی‌ترین نوآوری‌های این پژوهش محسوب می‌شوند.

۳-۱ معماری کلی الگوریتم

الگوریتم پیشنهادی از چهار بخش اصلی تشکیل شده است که در ادامه توضیح داده می‌شوند.

نمایش کروموزوم‌ها: در بسیاری از روش‌های قدیمی، کدگذاری مسئله چندفروشنده به شکل پیچیده‌ای انجام می‌شود. مثلاً از کروموزوم‌های دوبخشی یا چند کروموزوم جداگانه برای هر فروشنده استفاده می‌گردد. اما در این پژوهش، راه ساده‌تری در پیش گرفته شده است: هر کروموزوم فقط یک توالی خطی از همه شهرهاست (بدون احتساب انبار). به عنوان مثال، برای یک مسئله با ۱۰ شهر، کروموزومی به شکل [۳، ۷، ۱، ۹، ۲، ۵، ۸، ۴، ۶، ۱۰] تنها

¹ TSP

- گام چهارم: پس از پیدا شدن یک جفت یال متقاطع، تورها به صورت قطعی (نه تصادفی) بازآرایی می‌شوند تا تقاطع حذف گردد. روش بازآرایی طوری است که ساختار کلی تورها تا حد امکان حفظ می‌شود.

- گام پنجم: بعد از هر بازآرایی، ممکن است طولانی‌ترین تور تغییر کند. بنابراین، کل فرآیند از گام اول دوباره شروع می‌شود. این کار آنقدر تکرار می‌شود تا دیگر هیچ تقاطعی بین طولانی‌ترین تور و سایر تورها وجود نداشته باشد.

یک نکته مهم این است که این مرحله با احتمال ۰/۱ اجرا می‌شود؛ یعنی فقط برای ۱۰ درصد از فرزندان انجام می‌گیرد. دلیل این طراحی دو چیز است. اول، حذف تقاطع همیشه مفید نیست و گاهی باعث می‌شود طولانی‌ترین تور حتی بزرگ‌تر هم بشود. دوم، اگر الگوریتم بیش از حد به حذف تقاطع‌ها بپردازد، ممکن است فرصت کشف ساختارهای مفیدی که ذاتاً دارای تقاطع هستند را از دست بدهد. بنابراین، این مرحله بیشتر به عنوان یک ابزار تنوع‌بخشی محلی در نظر گرفته می‌شود، نه یک بهینه‌سازی اجباری.

۳-۳ نوآوری دوم: راهبرد تطبیقی انتخاب

عملگرهای جستجوی محلی

در الگوریتم پیشنهادی، به منظور افزایش کارایی مرحله جستجوی محلی، از یک مکانیزم تطبیقی برای انتخاب عملگرهای بهبود استفاده شده است. در این روش، چهار عملگر جستجوی محلی شامل Reinsert، Exchange، Or-opt(2) و Or-opt(3) در هر تکرار به عنوان گزینه‌های قابل انتخاب در نظر گرفته می‌شوند.

انتخاب عملگرها به صورت تصادفی یکنواخت انجام نمی‌شود، بلکه احتمال انتخاب هر عملگر بر اساس امتیاز فعلی آن و با استفاده از روش چرخ رولت تعیین می‌شود. در ابتدای اجرای الگوریتم، تمامی عملگرها دارای امتیاز یکسان هستند. پس از هر بار اجرای یک عملگر، عملکرد آن ارزیابی می‌شود. اگر عملگر بتواند هزینه مسیر انتخاب شده را کاهش دهد، امتیاز آن افزایش یافته و در نتیجه احتمال انتخاب آن در تکرارهای بعدی بیشتر می‌شود. در مقابل، اگر عملگر بهبودی ایجاد نکند، امتیاز آن کاهش یافته، اما هرگز کمتر از مقدار حداقل تعیین شده نمی‌شود تا همه عملگرها همچنان امکان انتخاب داشته باشند.

(۱) دو والد با روش مسابقه ۲ نفره (تورنمنت) انتخاب می‌شوند.

(۲) یک فرزند با عملگر تقاطع STX تولید می‌گردد.

(۳) فرزند توسط الگوریتم Split ارزیابی می‌شود.

(۴) سه لایه بهبود روی فرزند اعمال می‌گردند (حذف تقاطع، غنی‌سازی کروموزوم، جستجوی محلی خودتطبیق‌پذیر).

(۵) فرزند به جمعیت اضافه می‌شود.

(۶) از بین جمعیت فعلی، μ فرد برتر برای نسل بعد انتخاب می‌شوند.

در صورتی که ۱۰۰ نسل پشت سر هم بهبودی در بهترین جواب مشاهده نشود، مکانیزم تنوع‌بخشی فعال می‌گردد.

۳-۲ نوآوری اول: حذف هدفمند تقاطع‌های هندسی

در الگوریتم مرجع [۷]، حذف تقاطع‌ها به روش تصادفی انجام می‌شود. یعنی در هر بار فراخوانی، تعدادی جفت یال (مثلاً ۱۰ تا ۵۰ جفت) به طور تصادفی از بین همه تورها انتخاب می‌شوند و بررسی می‌گردد که آیا همدیگر را قطع می‌کنند یا نه. این روش دو عیب بزرگ دارد. عیب اول اینکه بسیاری از جفت‌های انتخاب شده اصلاً تقاطعی ندارند و وقت تلف می‌شود. عیب دوم اینکه حتی اگر تقاطعی پیدا شود، ممکن است روی طولانی‌ترین تور تأثیری نداشته باشد و اصلاح آن بی‌فایده باشد.

در روش پیشنهادی، یک رویکرد هدفمند طراحی شده است. ایده اصلی این است که در مسئله min-max mTSP، بیشترین تأثیر روی جواب نهایی از طولانی‌ترین تور ناشی می‌شود. بنابراین، بهتر است اولویت با حذف تقاطع‌هایی داده شود که این تور را درگیر کرده‌اند. مراحل این روش به شرح زیر است:

- گام اول: طولانی‌ترین تور (تور شماره k) شناسایی می‌شود. برای این کار، هزینه هر تور محاسبه می‌گردد و توری که بیشترین طول را دارد انتخاب می‌شود.

- گام دوم: همه یال‌های تشکیل دهنده این تور استخراج می‌شوند. سپس هر یک از این یال‌ها با همه یال‌های تورهای دیگر (به جز خودش) از نظر تقاطع هندسی بررسی می‌گردند.

- گام سوم: برای تشخیص تقاطع دو پاره‌خط، از معیار جهت‌یابی استفاده می‌شود. اگر چهار نقطه به گونه‌ای باشند که دو پاره‌خط یکدیگر را قطع کنند، تقاطع تأیید می‌گردد.

نمایش جواب با تغییرات انجام شده سازگار باشد و فرزند اصلاح شده با ساختار استاندارد الگوریتم وارد مراحل بعدی شود. پس از پایان این مرحله، راهبرد تطبیقی انتخاب عملگرهای جستجوی محلی که در بخش ۳-۳ معرفی شد، بر روی فرزند اعمال می شود. به این ترتیب، فرآیند بهبود اولیه فرزند و جستجوی محلی تطبیقی به عنوان دو مؤلفه مستقل ولی مکمل عمل می کنند. به کارگیری این راهبرد باعث می شود بخش قابل توجهی از جواب های نامتوازن پیش از ورود به جمعیت اصلاح شوند و در نتیجه، افراد با کیفیت تری وارد فرآیند تکامل شوند. این موضوع علاوه بر بهبود کیفیت جواب های نهایی، موجب افزایش سرعت همگرایی و پایداری عملکرد الگوریتم نیز می شود.

۳-۵ تنظیم پارامترها

پارامترهای الگوریتم پیشنهادی بر اساس تحلیل تجربی و آزمایش های اولیه به صورت جدول ۲ تنظیم شده اند.

جدول (۲): پارامترهای تنظیم شده

پارامتر	مقدار	توضیح
μ اندازه جمعیت	۲۵	تعداد والدین در هر نسل
λ تعداد فرزندان	۴۰	تعداد فرزندان تولید شده در هر نسل
k_tournament	۲	اندازه مسابقه برای انتخاب والدین
P_remove	۰/۱	احتمال اعمال حذف تقاطع برای هر فرزند
no_improve_limit	۱۰۰	تعداد نسل بدون بهبود برای فعال سازی تنوع بخشی

محدودیت زمانی برای هر نمونه نیز مطابق با استاندارد رایج در ادبیات موضوع، معادل $n/5$ ثانیه در نظر گرفته شده است (n تعداد شهرهاست).

مقادیر پارامترهای الگوریتم بر اساس مجموعه ای از آزمایش های مقدماتی و با هدف ایجاد تعادل میان کیفیت جواب و زمان اجرا تعیین شدند. در این پژوهش از روش های رسمی تنظیم پارامتر مانند طراحی آزمایش ها (DOE) یا روش تاگوچی استفاده نشد و انتخاب پارامترها بر پایه تحلیل تجربی نتایج اولیه صورت گرفت. بررسی روش های نظام مند تنظیم پارامتر می تواند به عنوان یکی از مسیرهای پژوهشی آینده مورد توجه قرار گیرد.

علاوه بر این، در هر تکرار، با احتمال برابر، جستجوی محلی یا بر روی طولانی ترین تور اعمال می شود یا بر روی یکی از تورهای غیر خالی به صورت تصادفی اجرا می شود. این راهبرد موجب می شود ضمن تمرکز بر کاهش مقدار بیشینه مسیرها، امکان بهبود سایر تورها نیز حفظ شود و فرآیند جستجو از تمرکز بیش از حد بر یک مسیر خاص جلوگیری کند.

این سازوکار تطبیقی سبب می شود عملگرهایی که در شرایط مختلف مسئله عملکرد بهتری دارند، به صورت خودکار بیشتر مورد استفاده قرار گیرند، بدون آنکه نیاز به تعیین دستی اولویت یا تنظیم پارامترهای اضافی باشد.

۳-۴ نوآوری سوم: راهبرد بهبود تدریجی فرزندان

پیش از ورود به جمعیت

در بسیاری از الگوریتم های ژنتیک، فرزندان تولید شده پس از اعمال عملگر تقاطع، مستقیماً وارد جمعیت می شوند. در حالی که این فرزندان، اگرچه از نظر ساختاری معتبر هستند، ممکن است همچنان دارای توزیع نامتوازن مشتریان بین فروشندگان، مسیرهای طولانی یا آرایش نامناسب گره ها باشند. ورود مستقیم چنین جواب هایی به جمعیت، علاوه بر کاهش کیفیت نسل های جدید، می تواند سرعت همگرایی الگوریتم را نیز کاهش دهد.

در روش پیشنهادی، هر فرزند قبل از ورود به جمعیت، از یک زنجیره بهبود چند مرحله ای عبور می کند. هدف این زنجیره آن است که کیفیت جواب جدید پیش از شرکت در فرآیند تکامل افزایش یابد و در نتیجه افراد مناسب تری وارد جمعیت شوند. این فرآیند شامل دو مرحله اصلی متوالی است و پس از آن، جستجوی محلی تطبیقی بر روی فرزند اعمال می شود.

مرحله اول - متعادل سازی مسیرها با استفاده از Greedy

Relocation:

ابتدا طولانی ترین مسیر شناسایی می شود. سپس با استفاده از یک راهبرد حریم صانه، انتقال برخی مشتریان از این مسیر به سایر مسیرها بررسی می شود تا در صورت امکان، بار بین فروشندگان متعادل تر شده و مقدار بیشینه طول مسیرها کاهش یابد.

مرحله دوم - بازآرایی ساختار کروموزوم:

پس از اعمال جابجایی ها، ساختار کروموزوم بازسازی می شود تا

سربار محاسباتی ناچیزی نسبت به هزینه اصلی جستجوی محلی ایجاد می‌کند.

■ راهبرد بهبود تدریجی فرزندان پیش از ورود به جمعیت: این مرحله شامل اجرای متوالی عملگر متعادل‌سازی حریصانه مسیرها و بازآرایی ساختار کروموزوم است. اگرچه این عملیات پیش از ورود هر فرزند به جمعیت انجام می‌شوند، اما پیچیدگی آن‌ها در مقایسه با هزینه کلی ارزیابی و بهبود جواب‌ها ناچیز بوده و مرتبه زمانی الگوریتم را افزایش نمی‌دهد. در مقابل، با افزایش کیفیت اولیه فرزندان، تعداد زیادی از جواب‌های نامناسب پیش از ورود به جمعیت اصلاح شده و فرآیند جستجو با کارایی بیشتری ادامه می‌یابد.

بنابراین، الگوریتم پیشنهادی از نظر پیچیدگی زمانی مشابه روش مرجع است، اما در عمل به دلیل حذف عملیات اضافی و همگرایی سریع‌تر، زمان اجرای کمتری نیاز دارد.

۴- نتایج تجربی

در این بخش، عملکرد الگوریتم ژنتیک ترکیبی^۱ بهبودیافته مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۴-۱ مجموعه داده‌های استاندارد مورد استفاده

برای اینکه نتایج این پژوهش قابل مقایسه با کارهای قبلی باشد، از چهار مجموعه داده استاندارد استفاده شده است که در ادبیات موضوع به عنوان مرجع شناخته می‌شوند. این مجموعه‌ها که در جدول ۳ نشان داده شده است طیف وسیعی از ابعاد (تعداد شهرها)، تعداد فروشنده‌ها و درجات مختلف دشواری را پوشش می‌دهند. جمعاً ۶۱ نمونه مورد آزمایش قرار گرفته است.

۴-۲ نتایج تجربی الگوریتم پیشنهادی

الگوریتم پیشنهادی بر روی تمامی ۶۱ نمونه از چهار مجموعه داده استاندارد اجرا شد. به منظور ارزیابی پایداری عملکرد الگوریتم، هر نمونه در ۱۰ اجرای تکراری مورد بررسی قرار گرفت و میانگین و انحراف معیار نتایج محاسبه شد. نتایج کلی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در ۵۶ مورد از ۶۱ نمونه، عملکردی برابر یا بهتر از الگوریتم مرجع [۷] داشته است. همچنین، در ۱۳ نمونه

الگوریتم پیشنهادی با استفاده از زبان برنامه‌نویسی Python پیاده‌سازی شده است. برای انجام محاسبات عددی و رسم نمودارها از کتابخانه‌های NumPy و Matplotlib استفاده شده است. تمامی آزمایش‌ها روی یک رایانه شخصی مجهز به پردازنده Intel Core i3، حافظه اصلی ۸ گیگابایت و سیستم عامل Windows 11 انجام شده است. برای افزایش قابلیت تکرارپذیری، هر نمونه در ۱۰ اجرای مستقل با مقادیر متفاوت Seed اجرا شد و نتایج نهایی بر اساس میانگین این اجراها گزارش گردید. همچنین در مطالعه حذف مؤلفه‌ها، هر نسخه الگوریتم در ۵ اجرای مستقل با Seed های متفاوت مورد ارزیابی قرار گرفت.

۳-۶ تحلیل پیچیدگی زمانی

پیچیدگی زمانی الگوریتم از سه منبع اصلی ناشی می‌شود: (۱) ارزیابی هر کروموزوم با الگوریتم Split که از مرتبه $O(n^2 \times m)$ است، (۲) عملگر تقاطع STX که در بدترین حالت از مرتبه $O(n \times m)$ است، و (۳) لایه‌های بهبود که پیچیدگی متغیری دارند. اگر n تعداد شهرها، m تعداد فروشنده‌ها، μ اندازه جمعیت و G تعداد نسل‌ها باشد، پیچیدگی کلی الگوریتم از مرتبه $O(G \times \mu \times n^2 \times m)$ خواهد بود. در عمل، به دلیل وجود محدودیت زمانی $n/5$ ثانیه، حداکثر مقدار G به‌طور خودکار محدود می‌شود.

تأثیر سه نوآوری بر پیچیدگی زمانی به شرح زیر است:

■ حذف هدفمند تقاطع‌های هندسی: این مرحله تنها با احتمال ۰.۱ برای فرزندان اجرا می‌شود و بررسی تقاطع‌ها را به یال‌های طولانی‌ترین مسیر محدود می‌کند. در نتیجه، برخلاف روش‌های مبتنی بر انتخاب تصادفی یال‌ها، از انجام تعداد زیادی بررسی غیرضروری جلوگیری شده و سربار محاسباتی این مرحله محدود باقی می‌ماند.

■ راهبرد تطبیقی انتخاب عملگرهای جستجوی محلی: در این راهبرد، تنها یک عملگر از میان چهار عملگر جستجوی محلی بر اساس مکانیزم چرخ رولت انتخاب می‌شود و امتیاز آن پس از اجرا به‌روزرسانی می‌گردد. عملیات انتخاب و به‌روزرسانی امتیازها دارای پیچیدگی ثابت $O(1)$ است؛ بنابراین این راهبرد

¹ Improved HGA

سناریوها روش مرجع نیز توانایی دستیابی به جواب‌های باکیفیت را داشته و فضای موجود برای بهبود بیشتر محدود بوده است.

درمجموعه Set III، شامل نمونه‌های Carter & Ragsdale، الگوریتم پیشنهادی در بیشتر سناریوها توانست بهترین جواب روش مرجع را حفظ کند و در دو نمونه MTSP-100 با $m=5$ و MTSP-150 با $m=5$ بهبود نسبت به روش مرجع مشاهده شد. این نتایج نشان می‌دهد که اصلاحات پیشنهادی در برخی ساختارهای مسئله، امکان بهره‌برداری مؤثرتر از فضای جستجو را فراهم کرده‌اند.

درمجموعه Set IV، شامل مسائل بزرگ‌مقیاس، الگوریتم پیشنهادی در بخش عمده‌ای از سناریوها عملکردی برابر یا بهتر از روش‌های رقیب گزارش شده ارائه داد و در ۶ نمونه موفق به بهبود بهترین جواب روش مرجع شد. با این حال، عدم بهبود در برخی نمونه‌ها نشان می‌دهد که میزان تأثیر اصلاحات پیشنهادی به ویژگی‌های ساختاری مسئله و میزان فضای باقی‌مانده برای بهبود جواب وابسته است.

درمجموع، نتایج تجربی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در بخش عمده‌ای از نمونه‌ها توانسته است کیفیت روش مرجع را حفظ کرده و در تعدادی از سناریوها نیز بهبود ایجاد کند. علاوه بر کیفیت جواب، کاهش زمان اجرا و پراکندگی مناسب نتایج در اجراهای تکراری از دیگر ویژگی‌های قابل توجه روش پیشنهادی است. دلایل احتمالی تفاوت عملکرد روش پیشنهادی در سناریوهای مختلف، در بخش بعد مورد تحلیل و تبیین قرار گرفته است.

۴-۳ تحلیل و تبیین نتایج

بررسی نتایج به‌دست‌آمده درمجموعه داده‌های مختلف نشان می‌دهد که عملکرد الگوریتم پیشنهادی به ویژگی نمونه، اندازه مسئله و وضعیت فضای جستجو وابسته است. در بخش قابل‌توجهی از نمونه‌ها، روش پیشنهادی توانسته است کیفیت جواب روش مرجع را حفظ کند و در برخی نمونه‌ها نیز به جواب‌های بهتری دست یابد. این رفتار را می‌توان ناشی از ترکیب سازوکارهای بهبود پیشنهادی دانست که با هدف اصلاح مسیرهای بحرانی، هدایت مؤثرتر جستجوی محلی و افزایش کیفیت فرزندان طراحی شده‌اند.

مقدار تابع هدف نسبت به الگوریتم مرجع بهبودیافته است. مقایسه زمان اجرا نیز نشان می‌دهد که روش پیشنهادی به‌طور میانگین حدود ۲۱ درصد زمان اجرای کمتری نسبت به روش مرجع نیاز داشته است. بررسی پراکندگی نتایج حاصل از اجراهای تکراری نیز نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در بخش قابل‌توجهی از نمونه‌ها از پایداری مناسبی برخوردار بوده است.

جدول (۳): خلاصه مجموعه داده‌های مورد استفاده

مجموعه	منبع	ابعاد (تعداد شهرها)	تعداد فروشندهان (m)	تعداد کل نمونه‌ها
Set I	تولید تصادفی	۲۰۰، ۱۰۰، ۵۰	۲، ۵، ۷، ۱۰، ۲۰	۹
Set II	TSPLIB	۵۱، ۵۲، ۷۶، ۹۹	۲، ۳، ۵، ۷	۱۶
Set III	Carter & Ragsdale	۵۱، ۱۰۰، ۱۵۰	۳، ۵، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰	۱۲
Set IV	Wang et al.	۱۵۰، ۳۱۸، ۵۳۲، ۱۱۷۳، ۷۸۳	۳، ۵، ۱۰، ۲۰	۲۴
جمع	-	-	-	۶۱

درمجموعه Set I، شامل مسائل تصادفی، الگوریتم پیشنهادی در تمامی ۹ نمونه به جوابی برابر یا بهتر از الگوریتم مرجع دست‌یافت. در نمونه مربوط به ۲۰۰ شهر و ۲۰ فروشنده نیز کاهش زمان اجرا نسبت به روش مرجع حدود ۲۶ درصد گزارش شد. این نتیجه نشان می‌دهد که اصلاحات اعمال‌شده، ضمن حفظ کیفیت جواب، در برخی مسائل بزرگ‌تر می‌توانند موجب کاهش هزینه محاسباتی نیز شوند.

درمجموعه Set II، شامل نمونه‌های TSPLIB، الگوریتم پیشنهادی در بخش عمده‌ای از سناریوها توانست کیفیت جواب روش مرجع را حفظ کند. در برخی سناریوها نیز بهبود نسبت به روش مرجع مشاهده شد؛ برای نمونه، در eil51 با $m=5$ مقدار بهترین Makespan از ۱۱۹/۲ در روش مرجع به ۱۱۸/۵ در الگوریتم پیشنهادی کاهش یافت. در مقابل، در eil51 با $m=7$ مقدار بهترین جواب دو روش برابر و معادل ۱۱۲/۱ گزارش شد. برابری نتایج در این دسته از مسائل نشان می‌دهد که در برخی

در طول فرآیند تکامل وابسته است. علاوه بر این، در شرایطی که جواب‌های حاصل از روش مرجع به نواحی بسیار باکیفیت فضای جستجو نزدیک باشند، ظرفیت بهبود بیشتر محدود خواهد بود. بنابراین، عدم بهبود مقدار تابع هدف در برخی نمونه‌ها لزوماً به معنای ناکارآمدی اصلاحات پیشنهادی نیست و می‌تواند ناشی از محدود بودن فضای بهبود در آن نمونه باشد.

از منظر هزینه محاسباتی نیز، اثر اصلاحات پیشنهادی در همه نمونه‌ها یکسان نیست. اگرچه تمرکز حذف تقاطع‌ها بر مسیر بحرانی می‌تواند از انجام برخی بررسی‌های غیرضروری جلوگیری کند، اجرای مراحل بهبود فرزندان و ارزیابی عملگرهای جستجوی محلی نیز در هر نسل هزینه محاسباتی ایجاد می‌کند. بنابراین، مزیت روش پیشنهادی حاصل از ایجاد توازن میان کیفیت جواب و هزینه جستجو است و میزان این توازن به اندازه و ساختار نمونه وابسته خواهد بود. کاهش میانگین زمان اجرا نسبت به روش مرجع نشان می‌دهد که این هزینه‌های اضافی در مجموع مانع از بهبود کارایی محاسباتی روش پیشنهادی نشده‌اند.

در مجموع، نتایج نشان می‌دهد که اصلاحات پیشنهادی عمدتاً با هدف حفظ کیفیت جواب‌های مناسب، افزایش قابلیت بهبود مسیرهای بحرانی و هدایت مؤثرتر فرآیند جستجو عمل می‌کنند. برتری روش پیشنهادی در برخی نمونه‌ها و برابری آن با روش مرجع در برخی نمونه‌های دیگر را می‌توان با تفاوت ساختار مسائل، کیفیت جواب‌های اولیه و میزان فضای باقی‌مانده برای بهبود تبیین کرد. از این رو، نتایج تجربی بیانگر آن است که اصلاحات پیشنهادی بیش از آنکه صرفاً موجب بهبود یک گروه خاص از نمونه‌ها شوند، با ایجاد سازوکارهای هدفمندتر برای جستجو، امکان دستیابی به عملکرد رقابتی و پایدارتر را در طیف متنوعی از نمونه‌ها فراهم کرده‌اند.

۵- مقایسه نتایج

در این بخش، عملکرد الگوریتم پیشنهادی به صورت کمی با الگوریتم مرجع [۷] و سایر روش‌های برتر موجود در ادبیات مقایسه شده است.

در نمونه‌هایی که روش پیشنهادی بهبود عملکرد نشان داده است، یکی از عوامل مؤثر می‌تواند تمرکز حذف هدفمند تقاطع‌ها بر طولانی‌ترین مسیر باشد. از آنجاکه تابع هدف مسئله بر کمینه‌سازی بیشترین طول مسیر استوار است، اصلاح ساختار مسیر بحرانی می‌تواند مستقیماً زمینه کاهش مقدار تابع هدف را فراهم کند. همچنین، راهبرد تطبیقی انتخاب عملگرهای جستجوی محلی این امکان را فراهم می‌کند که در جریان تکامل، عملگرهایی که در وضعیت فعلی جواب عملکرد مناسب‌تری دارند، با احتمال بیشتری انتخاب شوند. در کنار آن، راهبرد بهبود تدریجی فرزندان با اصلاح جواب‌ها پیش از ورود به جمعیت، می‌تواند احتمال ورود افراد نامتوازن یا کم‌کیفیت به نسل‌های بعدی را کاهش دهد.

برای نمونه، در مجموعه داده TSPLIB، در نمونه $m=51$ ، مقدار بهترین Makespan روش پیشنهادی برابر با $118/5$ بوده است، درحالی‌که مقدار گزارش شده برای روش مرجع $119/2$ است. این بهبود را می‌توان با توجه به سازوکارهای پیشنهادی، به اصلاح مؤثرتر ساختار مسیرهای بحرانی و هدایت جستجوی محلی به سمت نواحی مناسب‌تر فضای جواب مرتبط دانست. با این حال، این نتیجه به معنای برتری روش پیشنهادی در تمامی سناریوها نیست.

در مقابل، در تعدادی از نمونه‌ها، عملکرد دو روش برابر بوده است. برای نمونه، در $m=71$ ، مقدار Makespan هر دو روش برابر با $112/1$ گزارش شده است. همچنین در چندین حالت از نمونه‌های $eil76$ و $berlin52$ نیز مقدار بهترین جواب دو روش یکسان است. این وضعیت می‌تواند ناشی از آن باشد که روش مرجع در این نمونه‌ها نیز قادر به یافتن جواب‌های باکیفیت بوده و فضای باقی‌مانده برای بهبود مقدار تابع هدف محدود است. در چنین شرایطی، اثر اصلاحات پیشنهادی الزاماً به شکل کاهش بیشتر Makespan ظاهر نمی‌شود و می‌تواند در قالب حفظ کیفیت جواب و هدایت مناسب‌تر فرآیند جستجو نمود پیدا کند.

از سوی دیگر، در برخی نمونه‌ها بهبود محسوسی در مقدار نهایی تابع هدف مشاهده نشده است. این موضوع با ماهیت فراابتکاری مسئله سازگار است؛ زیرا عملکرد الگوریتم‌های ژنتیک و جستجوی محلی به ساختار نمونه، آرایش اولیه جمعیت و مسیرهای ایجادشده

۵-۱ نتایج مقایسه‌ای بر روی مجموعه داده دوم

در جدول ۴، نتایج الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم مرجع

[۷] و روش HSNR [20] بر روی مسائل کلاسیک TSPLIB

جدول (۴): مقایسه نتایج الگوریتم پیشنهادی

نمونه	M	الگوریتم مرجع [۷]	HSNR [20]	Improved HGA (بهترین)	Improved HGA (میانگین)	انحراف معیار
eil51	۲	۲۲۲/۷	۲۲۲/۷	۲۲۲/۷	۲۲۲/۷	۰۰/۰
eil51	۳	۱۵۹/۶	۱۵۹/۶	۱۵۹/۶	۱۵۹/۶	۰۰/۰
eil51	۵	۱۱۹/۲	۱۱۹/۹	۱۱۸/۵	۱۱۸/۹	۰۰/۰
eil51	۷	۱۱۲/۱	۱۱۲/۱	۱۱۲/۱	۱۱۲/۱	۰۰/۰
berlin52	۲	۷۵۴۲/۰	۷۵۴۲/۰	۷۵۴۲/۰	۷۵۴۲/۰	۰۰/۰
berlin52	۳	۵۸۷۶/۰	۵۸۷۶/۰	۵۸۷۶/۰	۵۸۷۶/۰	۰۰/۰
berlin52	۵	۴۲۸۳/۰	۴۲۸۳/۰	۴۲۸۳/۰	۴۲۸۳/۰	۰۰/۰
berlin52	۷	۳۶۰۱/۰	۳۶۰۱/۰	۳۶۰۱/۰	۳۶۰۱/۰	۰۰/۰
eil76	۲	۳۴۵/۸	۳۴۵/۸	۳۴۵/۸	۳۴۵/۸	۰۰/۰
eil76	۳	۲۶۷/۴	۲۶۷/۴	۲۶۷/۴	۲۶۷/۴	۰۰/۰
eil76	۵	۱۹۸/۳	۱۹۸/۶	۱۹۸/۳	۱۹۸/۴	۰/۱۱
eil76	۷	۱۶۵/۲	۱۶۵/۵	۱۶۵/۲	۱۶۵/۲	۰۰/۰
rat99	۲	۸۱۲/۵	۸۱۲/۸	۸۱۲/۵	۸۱۲/۵	۰۰/۰
rat99	۳	۶۱۲/۳	۶۱۲/۷	۶۱۲/۳	۶۱۲/۴	۰/۰۹
rat99	۵	۴۲۱/۷	۴۲۲/۱	۴۲۱/۷	۴۲۱/۸	۰/۱۲

۵-۲ بحث و تفسیر نتایج

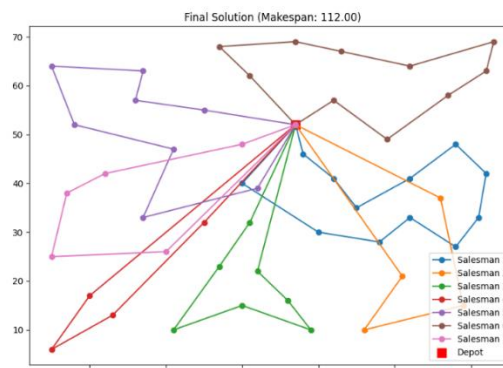
نتایج تجربی ارائه شده در این بخش، سه دستاورد اصلی را نشان می‌دهد:

اول، بهبود کیفیت جواب: الگوریتم پیشنهادی در ۱۳ نمونه از ۶۱ نمونه (حدود ۲۱ درصد) موفق به بهبود نتایج الگوریتم مرجع شده است. این بهبودها در نمونه‌های با ابعاد متوسط تا بزرگ (۵۰ تا ۷۸۳ شهر) و با تعداد فروشنده‌گان مختلف (۵ تا ۲۰) مشاهده شده است.

دوم، کاهش زمان اجرا و بهبود روند همگرایی: میانگین کاهش زمان اجرا نسبت به روش مرجع حدود ۲۱ درصد گزارش شد. همچنین، بررسی منحنی‌های همگرایی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در مراحل ابتدایی اجرا بخش قابل توجهی از بهبود مقدار تابع هدف را به دست می‌آورد و پس از دستیابی به جواب مناسب، آن را تا پایان اجرا حفظ می‌کند. این بهبود عمدتاً ناشی از دو عامل است:

جدول ۴ به‌عنوان نمونه‌ای از نتایج تفصیلی، مقایسه عملکرد روش پیشنهادی را بر روی مجموعه داده TSPLIB نشان می‌دهد. نتایج سایر مجموعه داده‌ها نیز در تحلیل کلی عملکرد الگوریتم مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

در شکل ۱ خروجی توهای تشکیل شده بر روی eil51 با $m=7$ نشان داده شده است.



شکل (۱): خروجی الگوریتم برای eil51 با ۷ فروشنده

به‌دست‌آمده و پس‌از آن بدون افت کیفیت تا پایان اجرا حفظ‌شده است.

۵-۳ تحلیل تأثیر نوآوری‌های پیشنهادی

به‌منظور بررسی سهم هر یک از نوآوری‌های پیشنهادی، مطالعه حذف مؤلفه‌ها روی نمونه eil51 با ۷ فروشنده انجام شد. برای هر نسخه، الگوریتم در پنج اجرای مستقل با Seed های متفاوت اجرا شد و میانگین بهترین مقدار تابع هدف، انحراف معیار و میانگین زمان رسیدن به بهترین جواب محاسبه گردید. نتایج در جدول ۵ ارائه‌شده است.

جدول (۵): مقایسه عملکرد نسخه کامل الگوریتم و

نسخه‌های فاقد هر یک از نوآوری‌های پیشنهادی روی نمونه

eil51 (m = 7)

Avg. Time to Best (s)	Std. Dev.	Avg. Best Makespan	روش
۳۵/۷۹	۰/۳۹۶	۱۱۴/۲	نسخه کامل الگوریتم
۳۷/۷۷	۱/۲۱۰	۱۱۲/۸	حذف نوآوری اول
۴۸/۵۰	۰/۵۸۰	۱۱۳/۲	حذف نوآوری دوم
۵۰/۲۰	۲/۶۰	۱۱۵/۶	حذف نوآوری سوم

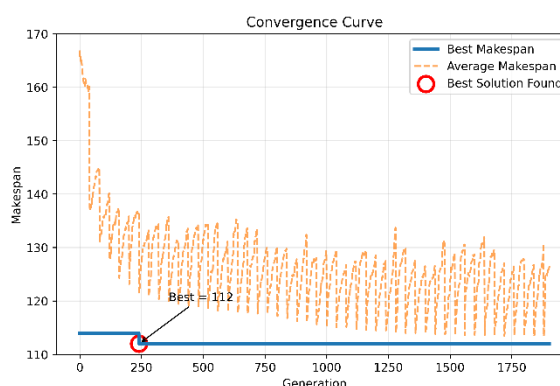
نتایج نشان می‌دهد حذف نوآوری دوم موجب افزایش قابل‌توجه زمان رسیدن به بهترین جواب شد که بیانگر نقش مؤثر راهبرد تطبیقی انتخاب عملگرهای جستجوی محلی در تسریع فرآیند جستجو است. همچنین حذف نوآوری سوم باعث افزایش مقدار تابع هدف و رشد چشمگیر انحراف معیار شد که نشان می‌دهد مرحله بهبود تدریجی فرزندان نقش مهمی در افزایش کیفیت و پایداری عملکرد الگوریتم دارد.

در مورد نوآوری اول، اگرچه در این نمونه حذف راهبرد حذف هدفمند تقاطع‌های هندسی به بهبود جزئی میانگین مقدار تابع هدف منجر شد، اما هم‌زمان باعث افزایش زمان رسیدن به بهترین جواب و افزایش قابل‌توجه انحراف معیار گردید. این موضوع نشان می‌دهد که اثر این راهبرد به ویژگی‌های ساختار هندسی نمونه وابسته است و نقش اصلی آن افزایش پایداری فرآیند جستجو و هدایت

(۱) حذف هدفمند تقاطع‌ها که عملیات اضافی را کاهش داده است، و (۲) راهبرد تطبیقی انتخاب عملگرهای جستجوی محلی که انتخاب عملگرهای مؤثرتر را تسریع کرده است.

سوم، پایداری بالاتر: کاهش انحراف معیار در اجراهای مستقل نشان می‌دهد الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم مرجع از پایداری بیشتری برخوردار بوده و وابستگی کمتری به مقداردهی اولیه تصادفی و شرایط اجرای الگوریتم دارد.

برای بررسی رفتار الگوریتم در طول فرآیند جستجو، روند تغییر بهترین مقدار تابع هدف و میانگین کیفیت جمعیت در طول نسل‌های مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت. شکل ۲ منحنی همگرایی الگوریتم پیشنهادی را برای نمونه مسئله eil51 با ۷ فروشنده نشان می‌دهد.



شکل (۲): منحنی همگرایی الگوریتم پیشنهادی برای نمونه مسئله

eil51 با ۷ فروشنده

همان‌گونه که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، مقدار بهترین جواب در نسل‌های ابتدایی به‌سرعت کاهش‌یافته و الگوریتم در مدت کوتاهی به مقدار ۱۱۲ دست‌یافته است. پس از دستیابی به این مقدار، بهترین جواب تا پایان اجرا بدون افت کیفیت حفظ‌شده است که نشان‌دهنده پایداری فرآیند جستجو است. همچنین روند نزولی میانگین مقدار جمعیت بیانگر بهبود تدریجی کیفیت افراد در طول نسل‌ها است. وجود فاصله میان منحنی بهترین جواب و میانگین جمعیت نشان می‌دهد که در طول اجرا، میان کیفیت بهترین فرد و کیفیت متوسط جمعیت تفاوت وجود داشته است. این رفتار با ادامه جستجو در جمعیت و بهبود تدریجی افراد سازگار است. همچنین بهترین مقدار تابع هدف برای نخستین بار در حدود نسل ۲۴۰

بنابراین، تعمیم نتایج به مسائل واقعی لجستیک با محدودیت‌هایی مانند پنجره زمانی، ظرفیت وسایل نقلیه و چند انباره بودن نیازمند بررسی‌های بیشتر است. افزون بر این، در مسائل با ابعاد بسیار بزرگ، هزینه محاسباتی همچنان می‌تواند به‌عنوان یکی از چالش‌های روش پیشنهادی مطرح باشد. برای توسعه و تعمیم پژوهش حاضر، چندین مسیر برای تحقیقات آتی قابل‌تصور است:

- (۱) گسترش به حالت چند-انباره^۱: در بسیاری از کاربردهای واقعی، چندین انبار وجود دارد. تعمیم الگوریتم پیشنهادی به این حالت نیازمند اصلاح الگوریتم Split و عملگرهای جستجوی محلی بین‌توری است [۶].
- (۲) ادغام با یادگیری ماشین: استفاده از شبکه‌های عصبی گرافی^۲ برای پیش‌بینی عملگرهای تقاطع یا جستجوی محلی مناسب، می‌تواند عملکرد الگوریتم‌های فراابتکاری را به‌طور چشمگیری بهبود بخشد. به‌عنوان مثال، می‌توان یک مدل یادگیری تقویتی طراحی کرد که بر اساس ویژگی‌های لحظه‌ای مسئله، بهترین عملگر محلی را انتخاب کند.
- (۳) افزودن محدودیت‌های عملیاتی: در کاربردهای واقعی لجستیک، اغلب محدودیت‌هایی مانند پنجره زمانی برای تحویل کالا، ظرفیت محدود وسایل نقلیه و هزینه‌های متفاوت برای فروشنده‌گان مختلف وجود دارد. افزودن این محدودیت‌ها به مدل مسئله و تطبیق الگوریتم پیشنهادی با آن‌ها، گامی مهم در جهت عملیاتی‌تر شدن پژوهش است.
- (۴) بهینه‌سازی پیاده‌سازی برای ابعاد فوق‌بزرگ: اگرچه الگوریتم پیشنهادی روی نمونه‌هایی با ۱۱۷۳ شهر عملکرد قابل قبولی داشت، اما برای ابعاد بالاتر (بیش از ۵۰۰۰ شهر) زمان اجرا هنوز چالش‌برانگیز است. استفاده از شتاب‌دهنده‌های GPU، پیاده‌سازی موازی ارزیابی کروموزوم‌ها و استفاده از ساختارهای داده کارآمدتر (مانند درخت‌های k-d برای جستجوی همسایگی) می‌تواند الگوریتم را برای ابعاد بسیار بزرگ نیز مقیاس‌پذیر سازد.

مناسب‌تر فضای جستجو است، نه لزوماً بهبود یکنواخت کیفیت جواب در تمامی نمونه‌ها. در مجموع، نتایج مطالعه حذف هریک از مؤلفه‌ها نشان می‌دهد که هر سه نوآوری در عملکرد نهایی الگوریتم نقش دارند، اما بیشترین تأثیر مربوط به راهبرد بهبود تدریجی فرزندان و پس‌از آن راهبرد تطبیقی انتخاب عملگرهای جستجوی محلی است.

۶- نتیجه‌گیری و کارهای آینده

در این پژوهش، یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی بهبودیافته برای حل مسئله چندفروشنده دوره‌گرد با هدف کمینه‌سازی بیشینه زمان سفر ارائه شد. الگوریتم پیشنهادی با حفظ ساختار کلی روش مرجع [۷]، سه اصلاح اساسی را اعمال می‌کند: حذف هدفمند تقاطع‌های هندسی با رویکرد جستجوی مبتنی بر اولویت، راهبرد تطبیقی انتخاب عملگرهای جستجوی محلی و بهبود تدریجی فرزندان. ارزیابی جامع الگوریتم بر روی ۶۱ نمونه از چهار مجموعه داده استاندارد (Set I تا Set IV) و مقایسه با الگوریتم‌های برتر موجود شامل [2] JTSHA، [20] HSNR و [19] MASVND انجام شد. نتایج تجربی نشان داد که الگوریتم پیشنهادی در ۵۶ نمونه از ۶۱ نمونه (۹۲ درصد) عملکردی برابر یا بهتر از الگوریتم مرجع داشته است و در ۱۳ نمونه عملکردی بهتر از الگوریتم مرجع ارائه کرد. میانگین کاهش زمان اجرا نسبت به الگوریتم مرجع حدود ۲۱ درصد و بررسی انحراف معیار نتایج حاصل از اجراهای تکراری نیز نشان داد که الگوریتم پیشنهادی در بخش قابل‌توجهی از نمونه‌ها از پایداری مناسبی برخوردار است که نشان‌دهنده پایداری بالاتر و تکرارپذیری بهتر نتایج است.

با وجود نتایج مطلوب، روش پیشنهادی دارای برخی محدودیت‌ها نیز است. عملکرد الگوریتم همچنان به تنظیم مناسب پارامترهای فراابتکاری وابسته است و مراحل اضافی بهبود فرزندان و جستجوی محلی می‌تواند در برخی نمونه‌ها هزینه محاسباتی ایجاد کنند. همچنین، ارزیابی حاضر بر مجموعه داده‌های استاندارد و سناریوهای مشخص مسئله min-max mTSP متمرکز بوده است؛

² GNN

¹ Multi-Depot mTSP

References

- [1] França, P. M., Gendreau, M., Laporte, G., & Müller, F. M. (1995). The m-traveling salesman problem with minmax objective. *Transportation Science*, 29(3), 267-275.
- [2] Dantzig, G., Fulkerson, R., & Johnson, S. (1954). Solution of a large-scale traveling-salesman problem. *Operations Research*, 2(4), 393-410.
- [3] Lin, S., & Kernighan, B. W. (1973). An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem. *Operations Research*, 21(2), 498-516.
- [4] Applegate, D., Cook, W., Dash, S., & Rohe, A. (2002). Solution of a min-max vehicle routing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 14(2), 132-143.
- [5] Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman.
- [6] Lawler, E. L., Lenstra, J. K., Rinnooy Kan, A. H., & Shmoys, D. B. (1985). *The traveling salesman problem: a guided tour of combinatorial optimization*. Wiley.
- [7] Mahmoudnazlou, S., & Kwon, C. (2024). A hybrid genetic algorithm for the min-max multiple traveling salesman problem. *Computers & Operations Research*, 162, 106455.
- [8] Laporte, G., & Nobert, Y. (1980). A cutting planes algorithm for the m-salesmen problem. *Operations Research*, 28(5), 1157-1166.
- [9] Applegate, D., Cook, W., Dash, S., & Rohe, A. (2002). Solution of a min-max vehicle routing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 14(2), 132-143.
- [10] Tang, L., Liu, J., Rong, A., & Yang, Z. (2000). A multiple traveling salesman problem model for hot rolling scheduling. *European Journal of Operational Research*, 124(2), 267-282.
- [11] Larrañaga, P., Kuijpers, C. M. H., Murga, R. H., Inza, I., & Dizdarevic, S. (1999). Genetic algorithms for the travelling salesman problem: A review of representations and operators. *Artificial Intelligence Review*, 13, 129-170.
- [12] Carter, A. E., & Ragsdale, C. T. (2006). A new approach to solving the multiple traveling salesperson problem using genetic algorithms. *European Journal of Operational Research*, 175(1), 246-257.
- [13] Brown, E. C., Ragsdale, C. T., & Carter, A. E. (2007). A grouping genetic algorithm for the multiple traveling salesperson problem. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 6(02), 333-347.
- [14] Singh, A., & Baghel, A. S. (2009). A new grouping genetic algorithm approach to the multiple traveling salesperson problem. *Soft Computing*, 13, 95-101.
- [15] Junjie, P., & Dingwei, W. (2006). An ant colony optimization algorithm for multiple traveling salesman problem. *ICICIC'06*, 1, 210-213.
- [16] Liu, W., Li, S., Zhao, F., & Zheng, A. (2009). An ant colony optimization algorithm for the multiple traveling salesmen problem. *ICIEA 2009*, 1533-1537.
- [17] Venkatesh, P., & Singh, A. (2015). Two metaheuristic approaches for the multiple traveling salesperson problem. *Applied Soft Computing*, 26, 74-89.
- [18] Soylyu, B. (2015). A general variable neighborhood search heuristic for multiple traveling salesmen problem. *Computers & Industrial Engineering*, 90, 390-401.
- [19] Wang, Y., Chen, Y., & Lin, Y. (2017). Memetic algorithm based on sequential variable neighborhood descent for the min-max multiple traveling salesman problem. *Computers & Industrial Engineering*, 106, 105-122.
- [20] He, P., & Hao, J. K. (2022). Hybrid search with neighborhood reduction for the multiple traveling salesman problem. *Computers & Operations Research*, 142, 105726.
- [21] He, P., & Hao, J. K. (2023). Memetic search for the min-max multiple traveling salesman problem with single and multiple depots. *European Journal of Operational Research*, 307(3), 1055-1070.
- [22] Zheng, J., Hong, Y., Xu, W., Li, W., & Chen, Y. (2022). An effective iterated two-stage heuristic algorithm for the multiple traveling salesmen problem. *Computers & Operations Research*, 143, 105772.
- [23] Prins, C. (2004). A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 31(12), 1985-2002.
- [24] Potvin, J. Y. (1996). Genetic algorithms for the traveling salesman problem. *Annals of Operations Research*, 63, 337-370.
- [25] Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M., Lahrichi, N., & Rei, W. (2012). A hybrid genetic algorithm for multidepot and periodic vehicle routing problems. *Operations Research*, 60(3), 611-624.
- [26] He, P., Hao, J.-K., & Xia, J. Learning-guided Iterated Local Search for the Min-Max Multiple Traveling Salesman Problem. *Computers & Operations Research*, Vol. 185, 107255, 2026.

Improving a Hybrid Genetic Algorithm for the Multiple Traveling Salesman Problem with the Aim of Minimizing the Maximum Travel Time

Somayeh Jafari¹, Elham Parvin Nia^{2*}

¹PhD Student, Department of Computer Engineering, Shi.C., Islamic Azad University, Shiraz, Iran

²Assistant Professor, Department of Computer Engineering, Shi.C., Islamic Azad University, Shiraz, Iran

Article Information

Original Research Paper

Received:

2026 June 02

Accepted:

2026 August 27

Keywords:

Multiple Traveling Salesman Problem (mTSP), minimizing the maximum tour length, hybrid genetic algorithm, Split algorithm, self-adaptive local search, geometric intersection removal, population diversity management

Corresponding Author*:

Elham.parvinnia@iau.ac.ir

Abstract

In modern logistics systems, the optimal allocation of resources among multiple salesmen is a fundamental challenge. The min-max multiple traveling salesman problem (mTSP) aims to achieve a balanced workload distribution while minimizing the maximum travel time among all salesmen. This problem is particularly important in critical applications such as emergency response, medical supply distribution, and disaster relief. This paper presents an enhanced hybrid genetic algorithm that incorporates three main components: a dynamic split algorithm for chromosome evaluation, a similarity-based tour crossover operator for preserving high-quality route structures, and an adaptive local search mechanism for solution refinement. Although hybrid approaches combining genetic algorithms and local search have proven effective for solving the min-max mTSP, the proposed method improves the search process by introducing a refined geometric edge-crossing removal strategy and redesigning the adaptive selection mechanism of local search operators. Experimental results on 61 benchmark instances from four standard datasets demonstrate that the proposed algorithm achieves performance equal to or better than the reference method in approximately 92% of the test cases, reduces the average execution time by about 21%, improves the stability of the obtained solutions, and outperforms the reference algorithm on 13 benchmark instances.



: 10.22034/ABMIR.2026.24683.1252

E-ISSN: [2821-2037](#)

/The Author 2026. Published by Yazd University This is an open

access article under the CC BY 4.0 License <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.

